

原子钟两级驾驭算法及 在建立 GNSS 时间基准中的应用

伍贻威, 龚航, 朱祥维, 刘文祥, 欧钢
(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 本文提出了一种原子钟驾驭算法, 方法是使用等价于 Kalman 滤波器加延迟器的数字锁相环(DPLL). 本文完整地推导了 DPLL 的闭环系统传递函数和闭环误差传递函数, 给出了其实现结构, 和每次的对于被驾驭原子钟的调整量, 并给出了使 DPLL 输出信号的频率稳定度最优的参数选取方法. 在此基础上, 提出了使用两个这样的 DPLL 级联起来的二级驾驭算法. 理论分析和仿真实验都表明: 该算法相比传统原子钟驾驭算法, 参数选取更容易, 可以保证输出信号的频率稳定度最优; 并保证输出信号与第一级的参考输入保持时间同步. 该两级驾驭算法可以应用于设计锁相振荡器, 即先用铯钟驾驭氢钟, 然后再驾驭数控振荡器(NCO); 也可以应用于建立 GNSS 时间基准, 即先用 UTC (BSNC) 驾驭产生 BDT, 然后再用 BDT 驾驭主控站主钟来产生 BDT(MC).

关键词: 原子钟驾驭; 数字锁相环; Kalman 滤波器; 频率稳定度

中图分类号: TP228 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2016)07-1742-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.07.032

Twice Atomic Clock Steering Algorithm and Its Application in Forming a GNSS Time Reference

WU Yi-wei, GONG Hang, ZHU Xiang-wei, LIU Wen-xiang, OU Gang

(School of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: An atomic clock steering algorithm is proposed by utilizing a DPLL equivalent to a Kalman filter with a delay. The close-loop system transfer function and the close-loop error transfer function are derived. The implement structure of the DPLL, and the adjustment to the atomic clock to be steered in each time are shown. A method for choosing the parameter such that the output frequency stability is optimal is also carried out. Then, a twice steering algorithm by means of two same DPLLs in the cascade form is proposed. The theoretical analyses and simulations all indicate that it is easier to choose parameters in the algorithm than the traditional algorithms, the output synchronizes to the first input and its frequency stability is optimal. The twice steering algorithm is useful for designing the phase-locked oscillator, where the number-controlled oscillator is first steered to a hydrogen maser and then steered to a cesium clock. The algorithm is also useful for forming a GNSS time. The method first steers BDT to UTC (BSNC), and then steers BDT (MC) to the steered BDT.

Key words: atomic clock steering; digital phase locked loop; Kalman filter; frequency stability

1 引言

原子钟驾驭算法在建立守时实验室和全球导航卫星系统(GNSS)的时间基准中发挥着重要作用^[1-4]. 以建立 GNSS 时间基准为例, 其步骤可以分解为: ① 获取观测钟差; ② 使用时间尺度算法, 综合地面站和星上的原子钟, 建立一个纸面时间(单台钟或纸面时间都可以被视为一个时间尺度), 即自由的“GNSST”; 之所以打

引号, 是因为此时的 GNSST 是一个自由的时间尺度, 还没有与 UTC(k) 保持时间同步; ③ 使用驾驭算法, 用 UTC(k) 驾驭自由的“GNSST”, 得到 GNSST; ④ 使用驾驭算法, 用 GNSST 驾驭主控站主钟, 得到 GNSST 的物理实现, 记为 GNSST(MC), 其中 MC 即 master clock (主钟) 的缩写. 实际上, 北斗、GPS 等 GNSS 的时间基准的建立都可以用上述步骤来描述.

驾驭的目的: ① 使被驾驭的时间尺度相对于用来

驾驭的时间尺度之间的偏差尽可能小;②使驾驭后生成的时间尺度的频率稳定度尽可能得到优化^[3,4].

驾驭有两种实现形式:开环方式和闭环方式.开环方式的驾驭本质上是一个钟差预测算法^[5,6].对于守时实验室,由于 UTC 是滞后的,所以只能通过预测纸面时间 TA(k)或主钟相对于 UTC 的偏差,然后对主钟进行调整,从而生成 UTC 的本地实现,记为 UTC(k).闭环方式的驾驭是通过反馈控制的方式来实现的,需要实时的观测值.此时,必须保证用于驾驭的时间基准是实时的,而不能像 UTC 那样是滞后的.

闭环方式的驾驭算法包括多种^[1,2,7-11],例如:①美国海军天文台(USNO)采用线性高斯二次型(Linear Gaussian Quadratic, LGQ)算法^[1,2],用 UTC(USNO)来驾驭自由的“GPST”(使用 Kalman 滤波器时间尺度算法,综合系统内多台原子钟而得到),得到受驾驭的纸面时间,即 GPST;②GPS 采用开关(Bang-Bang)控制^[2]算法,用 GPST 驾驭 GPS 主控站的主钟,得到 GPST 的物理实现,记为 GPST(MC).在这两个例子中,用于驾驭的时间基准 UTC(USNO)和 GPST,前者是物理时间,后者是纸面时间,但是都是实时的时间基准.

闭环方式和开环方式的驾驭算法本质上都要计算出对时间和频率的调整量.闭环方式的驾驭算法的一个优势在于:可以通过设计传递函数,同时考虑时间同步精度和频率稳定度的指标;而开环方式的驾驭(钟差预测)算法只能考虑时间同步精度的指标.

闭环方式的驾驭算法的设计难点在于参数的选取.参数的选取需要兼顾时间同步精度和频率稳定度,同时还要保证闭环控制系统是稳定的,因为参数选取不当会造成系统不稳定^[8].然而,目前闭环方式的驾驭算法的研究不足在于:参数的选取一般都是针对某个具体应用,通过大量仿真后确定一组参数作为最优参数.可以说:这些方法具有普适性,但是参数却需要根据每次不同情况进行大量仿真后才能得到.

本文针对参数难以选取的问题,提出一种数字锁相环(DPLL)的闭环方式的驾驭算法,采用了一个等价于稳态 Kalman 滤波器加一个延迟器的 DPLL.本文首先在 Z 域中推导了二状态变量 Kalman 滤波器的输入和输出之间的关系,发现 Kalman 滤波器进入稳态后,等价于一个标准的二阶 2 类 DPLL;在文献[12,13]的基础上,完整地给出了 DPLL 的闭环系统传递函数和闭环误差传递函数;并证明在固定 Kalman 滤波器的过程噪声方差的情况下,该 DPLL 性能完全由观测噪声方差决定.由于 Kalman 滤波器的系统是完全可观测的^[14],所以 Kalman 滤波器是稳定的.数值仿真验证了在加入延迟器后 DPLL 也是稳定的.于是在设计 DPLL 的过程中,不

需要考虑系统的稳定性问题,只需要调整观测噪声方差,即可实现预期的驾驭效果.本文采用的策略是保证稳定度最优,并给出了从理论上(而不是仿真)确定参数的方法.该驾驭算法的参数选取方法相比传统 DPLL 具有明显优势.

本文进一步提出了两级驾驭算法.本文中以锁相振荡器有两路输入(1路为铯钟,1路为氢钟)为例进行说明.两级驾驭,即该锁相振荡器有两个 DPLL.第一级 DPLL 用于通过铯钟驾驭氢钟,产生一个纸面时间.第二级 DPLL 用于通过该纸面时间驾驭数控振荡器(NCO).每个 DPLL 的驾驭策略依然是保证频率稳定度最优.最终两级驾驭生成的时间尺度综合了 NCO 的短期频率稳定度,氢钟的中长期频率稳定度,和铯钟的长期频率稳定度,并与第一级输入(铯钟)保持时间同步.仿真实验验证了两级驾驭算法的优异性能.本文最后描述了该两级驾驭算法在建立 GNSS 时间基准中的应用前景.

2 DPLL 驾驭算法与性能分析

2.1 算法原理

本节的目的是在 Z 域中推导给出二状态变量 Kalman 滤波器的输入和输出之间的关系;通过该表达式,给出等价于 Kalman 滤波器加延迟器的 DPLL 的闭环系统传递函数和闭环误差传递函数;在此基础上,给出该 DPLL 的实现结构图,和每次的控制量(对时间和频率的调整量)的表达式.

(1)系统的状态方程和观测方程

对于一个二状态变量的系统,其状态方程表示为:

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + y_k \cdot T \\ y_{k+1} = y_k + u_k \end{cases} \quad (1)$$

其中, x_k 和 y_k 为两个状态变量, T 为采样间隔, u_k 为过程噪声.

观测方程表示为:

$$z_k = x_k + w_k \quad (2)$$

其中, z_k 为观测量, w_k 为观测噪声.

这两个方程用矩阵的形式表示为:

$$\begin{cases} s_{k+1} = \varphi \cdot s_k + J_k \\ z_k = H \cdot s_k + w_k \end{cases} \quad (3)$$

其中, $s_k = [x_k \ y_k]^T$; $J_k = [0 \ u_k]^T$; $\varphi = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $H = [1 \ 0]$. 过程噪声和观测噪声的方差分别为: $R = E[w_k^2]$,

$$Q = E[J_k \cdot J_k^T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & E[u_k^2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q_{22} \end{bmatrix}.$$

(2) Z 域中稳态 Kalman 滤波器输入与输出之间的关系

Kalman 滤波器可以用下面 5 个步骤进行描述^[14]:

$$\hat{s}_{k,k-1} = \varphi \cdot \hat{s}_{k-1,k-1} \quad (4)$$

$$P_{k,k-1} = \varphi \cdot P_{k-1,k-1} \cdot \varphi^T + Q \quad (5)$$

$$K_k = P_{k,k-1} \cdot H^T (H \cdot P_{k,k-1} \cdot H^T + R)^{-1} \quad (6)$$

$$\hat{s}_{k,k} = \hat{s}_{k,k-1} + K_k \cdot (z_k - H \cdot \hat{s}_{k,k-1}) \quad (7)$$

$$P_{k,k} = (I - K_k \cdot H) \cdot P_{k,k-1} \quad (8)$$

其中, K_k 是 Kalman 增益矩阵, $P_{k,k}$ 是估计误差矩阵, $P_{k,k-1}$ 是预测误差矩阵.

可以证明式(3)定义的系统是完全可观测的^[14], 因此 $P_{k,k}$, $P_{k,k-1}$ 和 K_k 都收敛^[14]. 把 $P_{k,k}$, $P_{k,k-1}$ 和 K_k 的稳态值分别记为: Ps , Ps^- 和 Ks .

由式(4)和式(7), 当 Kalman 滤波器进入稳态时, 有:

$$\begin{cases} \hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + \hat{y}_{k-1} \cdot T + Ks_1 \cdot (z_k - \hat{x}_{k-1} - \hat{y}_{k-1} \cdot T) \\ \hat{y}_k = \hat{y}_{k-1} + Ks_2 \cdot (z_k - \hat{x}_{k-1} - \hat{y}_{k-1} \cdot T) \end{cases} \quad (9)$$

定义:

$$v_k = (z_k - \hat{x}_{k-1} - \hat{y}_{k-1} \cdot T) \quad (10)$$

将式(10)代入式(9), 得到:

$$\begin{cases} \hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + \hat{y}_{k-1} \cdot T + Ks_{11} \cdot v_k \\ \hat{y}_k = \hat{y}_{k-1} + Ks_{21} \cdot v_k \end{cases} \quad (11)$$

其中, 下标 ij 表示 Ks 矩阵中的第 i 行第 j 列的元素.

式(11)在 Z 域中表示为式(12):

$$X = \frac{G'(z)}{1 - Ks_{11} + G'(z)} \cdot Z = \frac{Ks_{11}/(1 - Ks_{11}) \cdot (1 - z^{-1}) + Ks_{21} \cdot T/(1 - Ks_{11}) \cdot z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2 + Ks_{11}/(1 - Ks_{11}) \cdot (1 - z^{-1}) + Ks_{21} \cdot T/(1 - Ks_{11}) \cdot z^{-1}} \cdot Z \quad (17)$$

显然, z_k 作为观测量, 是 Kalman 滤波器的输入; 而 \hat{x}_k 作为状态变量的估计值, 是 Kalman 滤波器的输出. 于是, 式(17)给出了在 Z 域中稳态 Kalman 滤波器的输入与输出之间的关系.

(3) DPLL 的闭环系统传递函数和闭环误差传递函数

观察式(17), 发现式(17)和二阶 2 类 DPLL 的闭环系统传递函数是相同的, 于是, 二状态变量 Kalman 滤

$$G(z) = \frac{z^{-1}}{1 - Ks_{11}} \cdot G'(z) = \frac{Ks_{11}/(1 - Ks_{11}) \cdot z^{-1} \cdot (1 - z^{-1}) + Ks_{21} \cdot T/(1 - Ks_{11}) \cdot z^{-2}}{(1 - z^{-1})^2} \quad (18)$$

闭环系统传递函数表示为:

$$H(z) = \frac{G(z)}{1 + G(z)} = \frac{Ks_{11}/(1 - Ks_{11}) \cdot z^{-1} \cdot (1 - z^{-1}) + Ks_{21} \cdot T/(1 - Ks_{11}) \cdot z^{-2}}{(1 - z^{-1})^2 + Ks_{11}/(1 - Ks_{11}) \cdot z^{-1} \cdot (1 - z^{-1}) + Ks_{21} \cdot T/(1 - Ks_{11}) \cdot z^{-2}} \quad (19)$$

闭环误差传递函数表示为:

$$He(z) = \frac{1}{1 + G(z)} = \frac{(1 - z^{-1})^2}{(1 - z^{-1})^2 + Ks_{11}/(1 - Ks_{11}) \cdot z^{-1} \cdot (1 - z^{-1}) + Ks_{21} \cdot T/(1 - Ks_{11}) \cdot z^{-2}} \quad (20)$$

式(18)、(19)和(20)分别完整地给出了该等价于 Kalman 滤波器加延迟器的 DPLL 的开环系统传递函数、闭环系统传递函数和闭环误差传递函数. 对比式(19)和(17), 可以看见环路中引入了一个延迟. 该 DPLL 的增益等价于稳态 Kalman 增益. 这些结论进一步完善了文献[12,13]的研究成果.

$$\begin{cases} X = z^{-1} \cdot X + z^{-1} \cdot T \cdot Y + Ks_{11} \cdot V \\ Y = z^{-1} \cdot Y + Ks_{21} \cdot V \end{cases} \quad (12)$$

其中 X, Y, V 分别为 $\hat{x}_k, \hat{y}_k, v_k$ 的 Z 变换.

由式(12)可以得到:

$$X = \left(\frac{Ks_{11}}{1 - z^{-1}} + \frac{Ks_{21} \cdot T \cdot z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} \right) \cdot V \quad (13)$$

由式(12)和(13), 式(10)在 Z 域中表示为:

$$\begin{aligned} V &= Z - z^{-1} \cdot X - T \cdot z^{-1} \cdot Y \\ &= Z - X + Ks_{11} \cdot V \\ &= Z - \left(\frac{Ks_{11}}{1 - z^{-1}} + \frac{Ks_{21} \cdot T \cdot z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} \right) \cdot V + Ks_{11} \cdot V \end{aligned} \quad (14)$$

其中, Z 代表 z_k 的 Z 变换.

由式(14)得到:

$$\left(1 - Ks_{11} + \frac{Ks_{11}}{1 - z^{-1}} + \frac{Ks_{21} \cdot T \cdot z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} \right) V = Z \quad (15)$$

定义:

$$\begin{aligned} G'(z) &= \frac{Ks_{11}}{1 - z^{-1}} + \frac{Ks_{21} \cdot T \cdot z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} \\ &= \frac{Ks_{11} \cdot (1 - z^{-1}) + Ks_{21} \cdot T \cdot z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} \end{aligned} \quad (16)$$

由式(13)、(15)和(16), 得到式(17):

滤波器等价于二阶 2 类 DPLL^[15].

为了使 DPLL 正常工作, 在环路中加入一个延迟器 z^{-1} . 该延迟器是必须的. 因为, 如果没有延迟器, 当 DPLL 需要输出一个数值时, 环路滤波器还没有计算出控制量. 所以没有这个延迟器, DPLL 是无法工作的.

由式(16)和(17), 该 DPLL 的开环系统传递函数表示为式(18):

本算法中, Kalman 滤波器只是用于确定稳态 Kalman 增益 Ks_{11} 和 Ks_{21} , 并确定 DPLL 增益 Ks_{11} 和 Ks_{21} .

式(19)和(20)可以看出, 在 T 确定时, Ks_{11} 和 Ks_{21} 完全决定了 DPLL 的性能. 然而 Ks_{11} 和 Ks_{21} 完全是由过程噪声方差 Q_{22} 和观测噪声方差 R 决定. 所以, 固定 Q_{22}

$= 1s^2$ 不变,通过改变 R 的值,运行 Kalman 滤波器,就可以得到不同的 $(K_{s_{11}}, K_{s_{21}})$,从而最终改变 DPLL 的性能。

该 DPLL 的优势在于:普通 DPLL 的增益有两个,选取参数并不容易,另外还需要考虑系统的稳定性问题;本文的 DPLL 的参数只有 1 个,即 R ,因此参数选取相对容易;另外,由于式(3)定义的系统是完全可观的^[14],所以 Kalman 滤波器是稳定的^[14]。由于该 DPLL 是 Kalman 滤波器加延迟器结构,大量的数值仿真表明加入延迟器后 DPLL 也是稳定的。

(4) DPLL 的实现结构图和每次的驾取量

由 DPLL 的开环系统传递函数,可以得到 DPLL 的实现结构。图 1 以用铯钟驾取氢钟为例描述了 DPLL 的实现结构图。由图 1 得到:

$$Hm_{steered}(z) = G(z) \cdot (Cs(z) - Hm_{steered}(z)) + Hm(z) \quad (21)$$

其中, Cs 代表铯钟, Hm 代表氢钟, $Hm_{steered}$ 代表驾取后的氢钟。

由式(21)得到式(22):

$$Hm_{steered}(i) = Hm(i) + \frac{1}{(1 - K_{s_{11}}) \cdot T} \cdot \sum_{j=1}^i T \cdot (K_{s_{11}} \cdot Err(j) + \sum_{k=1}^{j-1} T \cdot K_{s_{21}} \cdot Err(k)) \quad (23)$$

由式(23),每次对于氢钟的时间调整为:

$$\frac{1}{(1 - K_{s_{11}}) \cdot T} \cdot \sum_{j=1}^i T \cdot (K_{s_{11}} \cdot Err(j) + \sum_{k=1}^{j-1} T \cdot K_{s_{21}} \cdot Err(k)) \quad (24)$$

每次对于氢钟的频率调整为:

$$\frac{1}{(1 - K_{s_{11}}) \cdot T} \cdot \sum_{k=1}^{j-1} T \cdot K_{s_{21}} \cdot Err(k) \quad (25)$$

最后需要指出的是,这里的 DPLL 是数学上的 DPLL,而不是实际的物理上的 DPLL,它的作用是为了计算出每次的控制量(时间和频率调整量)。作为数学上的 DPLL,只要获取了每次 $Cs-H$ 之间的偏差,就可以通过传递函数自动计算出每次的控制量,通过反馈控制自动生成驾取后的氢钟。驾取的物理实现是通过相位微跃计来实现的。氢钟经过相位微跃计后的输出即为驾取后氢钟。

2.2 参数确定

第 2.1 节说明了在 T 已知时, DPLL 的性能完全由 R 决定。驾取算法需要兼顾驾取误差和频率稳定度的性能。本文的策略是保证输出信号的频率稳定度最优。本节以用铯钟驾取氢钟为例,说明如何调整 R 的值使

$$H(f) = \frac{K_{s_{11}}/(1 - K_{s_{11}}) \cdot e^{-j2\pi f \cdot T} \cdot (1 - e^{-j2\pi f \cdot T}) + K_{s_{21}} \cdot T/(1 - K_{s_{11}}) \cdot e^{-j2\pi f \cdot 2T}}{(1 - e^{-j2\pi f \cdot T})^2 + K_{s_{11}}/(1 - K_{s_{11}}) \cdot e^{-j2\pi f \cdot T} \cdot (1 - e^{-j2\pi f \cdot T}) + K_{s_{21}} \cdot T/(1 - K_{s_{11}}) \cdot e^{-j2\pi f \cdot 2T}} \quad (28)$$

$$He(f) = \frac{(1 - e^{-j2\pi f \cdot T})^2}{(1 - e^{-j2\pi f \cdot T})^2 + K_{s_{11}}/(1 - K_{s_{11}}) \cdot e^{-j2\pi f \cdot T} \cdot (1 - e^{-j2\pi f \cdot T}) + K_{s_{21}} \cdot T/(1 - K_{s_{11}}) \cdot e^{-j2\pi f \cdot 2T}} \quad (29)$$

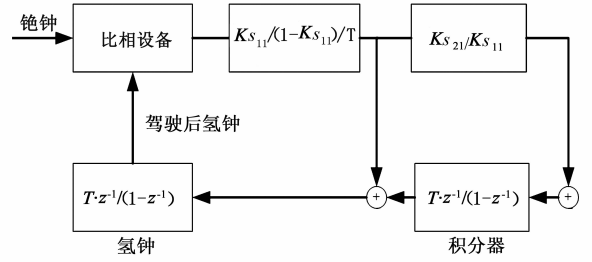


图1 DPLL的实现结构图

$$Hm_{steered}(z) = \frac{G(z)}{1 + G(z)} \cdot Cs(z) + \frac{1}{1 + G(z)} \cdot Hm(z) = H(z) \cdot Cs(z) + He(z) \cdot Hm(z) \quad (22)$$

由开环系统传递函数(18)和图 1,得到在 Z 域中每次对于氢钟的时间的调整量(控制量)表示为

$$\frac{1}{T} \cdot \left(K_{s_{11}}/(1 - K_{s_{11}}) \cdot \frac{T \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} + K_{s_{21}}/(1 - K_{s_{11}}) \cdot \left(\frac{T \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right)^2 \right) \cdot Err(z)$$

其中 Err 为驾取误差,即铯钟和驾取后氢钟的偏差 $Cs - Hm_{steered}$ 。于是,驾取后氢钟与氢钟的时差关系在时域中表示为式(23):

DPLL 输出信号的频率稳定度最优。

在频域中分析可以更清晰地展示不同的 R 值对于驾取性能的影响。

铯钟和氢钟的单边带相位噪声分别表示为^[16]:

$$L_{Cs}(f) = 10 \log \left(0.5 \cdot \frac{f_0^2}{f^2} \cdot \sum_{-2}^2 h_{(Cs)_i} \cdot f^i_{(Cs)} \right) \quad (26)$$

和

$$L_{Hm}(f) = 10 \log \left(0.5 \cdot \frac{f_0^2}{f^2} \cdot \sum_{-2}^2 h_{(Hm)_i} \cdot f^i_{(Hm)} \right) \quad (27)$$

其中, f_0 是载波频率, $h_{(Cs)_i}$ 和 $h_{(Hm)_i}$ 分别是铯钟和氢钟的噪声系数, i 是幂律谱指数, f 是边带频率。把它们交点的频率记为 f' 。

对于 DPLL,可以使用近似变化 $z = e^{j2\pi f \cdot T}$,得到一个近似的模拟锁相环(APLL)。把 $z = e^{j2\pi f \cdot T}$ 代入式(19)和(20),得到该 APLL 的闭环系统传递函数和误差传递函数为式(28)和(29)。

显然,闭环系统传递函数(28)相当于一个低通滤波器,闭环误差传递函数(29)相当于一个高通滤波器,所以它们幅频响应曲线相交于一点.把交点的频率记为 f' .本文的参数选取方法是调整 R 的值,使 $f'' = f'$.这时,DPLL输出信号充分综合了氢钟的中长期频率稳定性和铯钟的长期频率稳定性,频率稳定度达到了最优.

最终,由式(22),驾驭后氢钟的单边带相位噪声为:

$$L_{Hm_total}(f) = \left| \frac{G(e^{j2\pi f \cdot T})}{1 + G(e^{j2\pi f \cdot T})} \right|^2 \cdot L_{Cs}(f) + \left| \frac{1}{1 + G(e^{j2\pi f \cdot T})} \right|^2 \cdot L_{Hm}(f) = |H(e^{j2\pi f \cdot T})|^2 \cdot L_{Cs}(f) + |He(e^{j2\pi f \cdot T})|^2 \cdot L_{Hm}(f) \quad (30)$$

2.3 仿真实验

仿真实验同样以用铯钟驾驭氢钟为例进行说明,步骤如下:

步骤1 按照文献[17]的方法生成一台氢钟和一台铯钟.氢钟的参数为: $h_{(Hm)0} = 1 \times 10^{-24}$, $h_{(Hm)-2} = 8 \times 10^{-31}$.铯钟的参数为: $h_{(Cs)0} = 5 \times 10^{-23}$, $h_{(Cs)-2} = 6 \times 10^{-32}$.采样间隔 $T = 1s$.每台钟都含有200000个数据点.本文的目的是为了验证算法,所以氢钟和铯钟的确定性趋势项都设为零.图2描述了它们的时差,以及Allan偏差.需要说明的是:

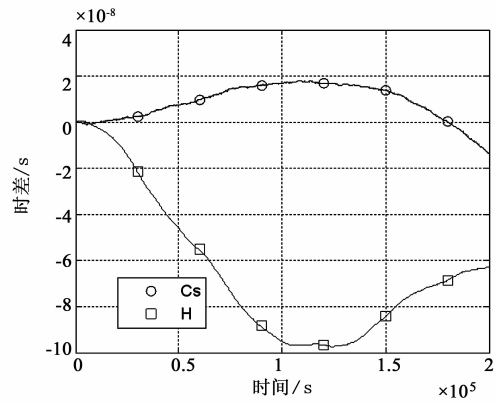
①仿真氢钟和仿真铯钟的短期频率稳定性和真实的氢钟和铯钟相符,但是它们的长期频率稳定性明显差于真实的氢钟和铯钟.本文设置较大的噪声系数 $h_{(Hm)-2}$ 和 $h_{(Cs)-2}$,目的是为了在生成较少的数据点时(200000个数据点)就能看出驾驭效果.

②这里设置每隔1s对氢钟调整一次.实际上,在建立UTC(k)或GNSST中,一般是每隔3600s计算一次调整量;每隔1s对氢钟调整在实际上是做不到的,因为相位微跃计无法这么快速地调整;每隔1s对纸面时间或NCO调整是可以做到的,因为对纸面时间只需要在纸面上调整即可.这里只是通过仿真实验来验证算法,可以看成通过铯钟驾驭氢钟建立一个纸面时间.

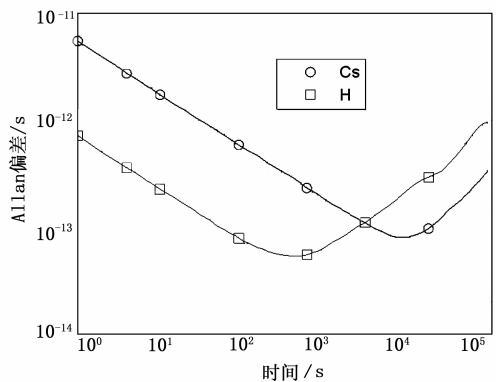
步骤2 设置氢钟和铯钟的载波频率为 $f_0 = 10MHz$.由式(26)和(27),作出氢钟和铯钟的单边带相位噪声曲线,发现 f' 大约为 $10^{-3.9}Hz$,如图3所示.

步骤3 固定 $Q_{22} = 1s^2$ 不变,调整 R 的值,运行Kalman滤波器,得到 K_{s11} 和 K_{s21} 的值,由此得到了DPLL和APLL的传递函数.观察式(28)和(29)的交点频率 f' .经过实验,发现当 $R' = 2 \times 10^{-14}$ 时, f'' 近似等于 f' ,如图4所示.于是,取 $R' = 2 \times 10^{-14}$.

步骤4 取 $R' = 2 \times 10^{-14}$ 对应的 K_{s11} 和 K_{s21} ,由式(30),在频域中得到了驾驭后氢钟的单边带相位噪声;



(a) 时差



(b) Allan偏差

图2 氢钟和铯钟的时差,以及Allan偏差

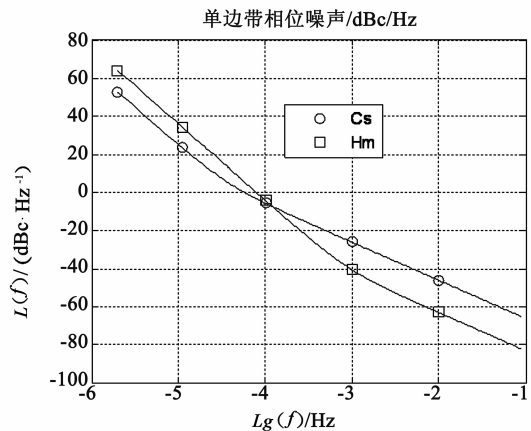


图3 氢钟和铯钟的单边带相位噪声

由式(24)和(25),得到在时域中每次对于氢钟的调整量;在时域中对氢钟进行调整,得到了驾驭后氢钟,并计算得到驾驭后氢钟的Allan偏差.图5和图6分别描述了氢钟、铯钟和驾驭后氢钟的单边带相位噪声和Allan偏差.图7描述了它们的时差.图5和图6表明:驾驭后氢钟的频率稳定度综合了氢钟的中长期频率稳定性和铯钟的长期频率稳定性;从而验证了该方法可以使DPLL输出信号的频率稳定度最优.图7表明:驾驭后氢钟与铯钟保持了时间同步.综上,仿真实验验证了

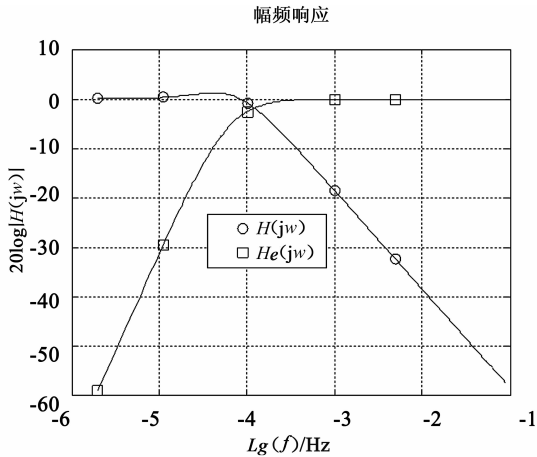


图4 DPLL闭环系统传递函数和闭环误差传递函数的幅频响应

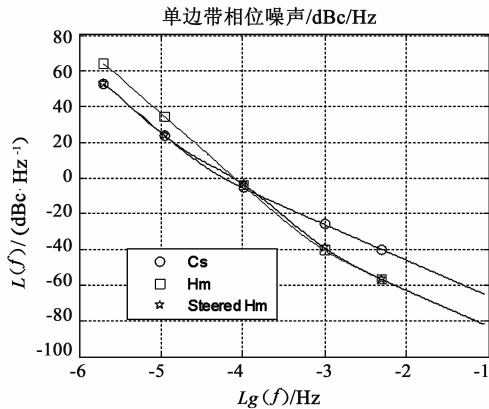


图5 氢钟、铯钟、驾驭后氢钟的单边带相位噪声

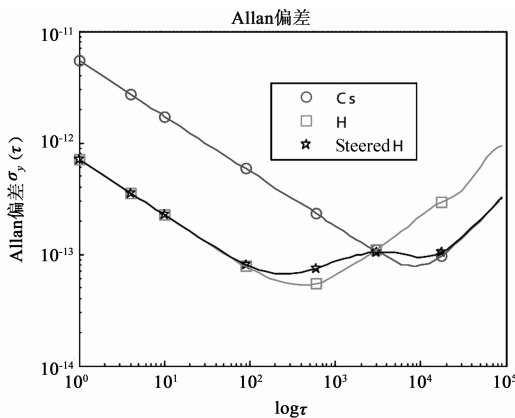


图6 氢钟、铯钟、驾驭后氢钟的Allan偏差

该驾驭算法的有效性。

3 两级 DPLL 驾驭算法与性能分析

目前的锁相振荡器一般只利用了一路参考输入^[18]。本文提出两级驾驭算法,可以改善这个不足。两级驾驭算法的核心思想是:当锁相振荡器有两路参考输入(其中一路为氢钟,一路为铯钟)时,其内部比相器可以获取氢钟、铯钟、和数控振荡器(NCO)两两之间的

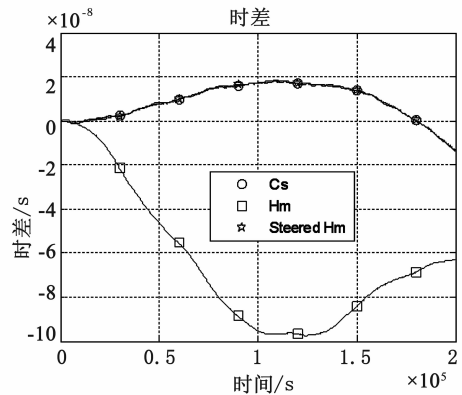


图7 氢钟、铯钟、驾驭后氢钟的时差

偏差;然后使用两个 DPLL 对 NCO 进行驾驭。其中,第一级 DPLL 用铯钟驾驭氢钟,建立一个纸面时间;然后第二级 DPLL 用该纸面时间驾驭 NCO。从理论上分析,其输出信号将综合 NCO 的短期频率稳定度,氢钟的中长期频率稳定度,铯钟的长期频率稳定度,并且与第一级输入(铯钟)保持时间同步。相比传统锁相振荡器只利用了一路参考输入,该方法可以同时综合氢钟和铯钟的频率稳定度,具有明显优势。

算法原理如图 8 所示,其中 $G_1(z)$ 和 $G_2(z)$ 分别为两个 DPLL 的开环系统传递函数。对于其中每一个 DPLL,参数选取的方法都和第 2 节的方法相同。

下面采用仿真实验来验证算法。

按照文献[17]的方法生成一个 NCO,共含有 200000 个数据点,采样间隔 $T = 1\text{s}$ 。NCO 的参数为: $h_{(\text{NCO})0} = 2 \times 10^{-25}$, $h_{(\text{NCO})-2} = 5 \times 10^{-30}$ 。氢钟和铯钟采用第 2 节相同的氢钟和铯钟。图 9 和图 10 分别描述了仿真 NCO、氢钟、铯钟的时差和 Allan 偏差和单边带相位噪声。

对于 DPLL1,同样取 $R' = 2 \times 10^{-14}$ 。由图 10 可以看到,氢钟与 NCO 的单边带相位噪声曲线的交点频率约为 $10^{-2.64}\text{Hz}$ 。通过实验,发现当 $R' = 1.6 \times 10^{-9}$ 时,近似有 $f'' = f'$ 。所以,对于 DPLL2,取 $R' = 1.6 \times 10^{-9}$ 。由式(24)和(25),计算得到每次 DPLL1 对于氢钟和 DPLL2 对于 NCO 的调整量,分别对氢钟和 NCO 进行调整,最终得到驾驭后的 NCO,其时差和 Allan 偏差如图 11 所示。由图 11 看出,锁相振荡器的输出信号综合了 NCO 的短期频率稳定度,氢钟的中短期频率稳定度,铯钟的中长期频率稳定度,并且与第一级输入(铯钟)保持时间同步。综上,仿真实验验证了理论分析的结论。

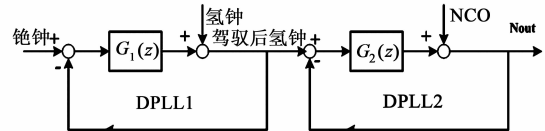
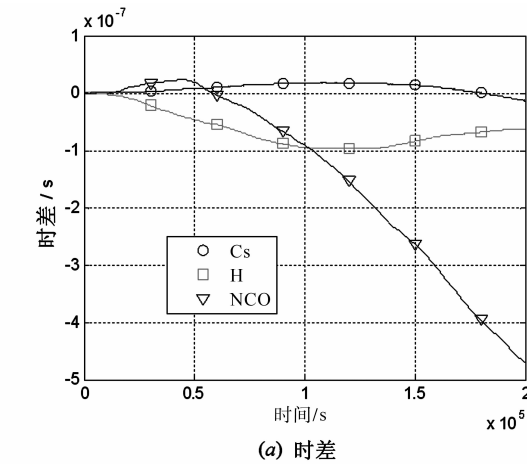
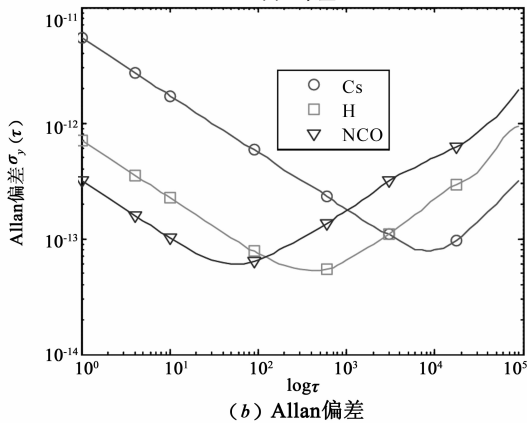


图8 两级驾驭算法原理图

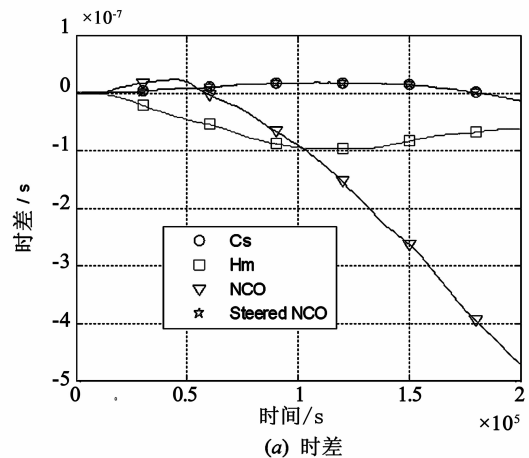


(a) 时差

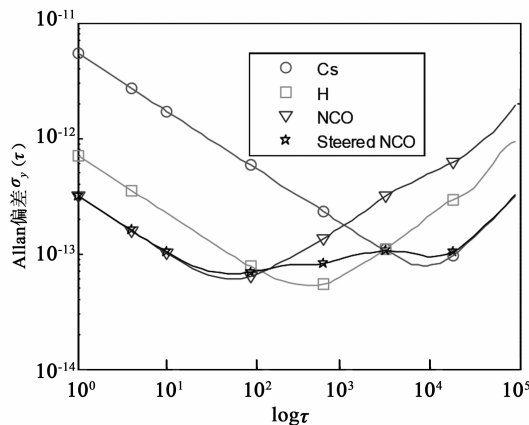


(b) Allan偏差

图9 NCO、氢钟、铯钟的时差和Allan偏差



(a) 时差



(b) Allan偏差

图11 铯钟、氢钟、NCO和驾驭后NCO的时差和Allan偏差

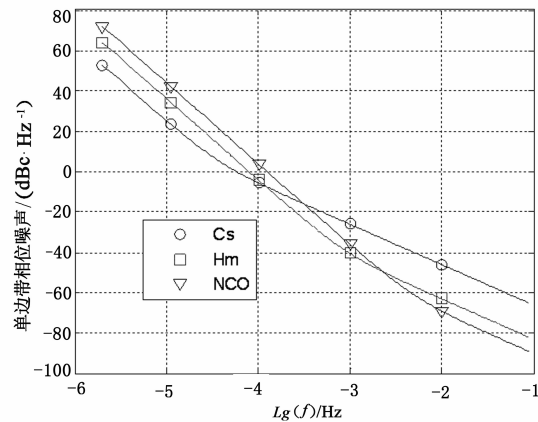


图10 NCO、氢钟、铯钟的单边带相位噪声

4 算法在建立 GNSS 时间基准中的应用

本节以北斗卫星导航系统为例来描述两级驾驭算法在 GNSS 时间基准中的应用,实际上该算法可以推广应用到其它 GNSS. 北斗的系统时间记为 BDT^[19-21]. 建立 BDT,首先需要使用时间尺度算法,综合系统内多台原子钟,建立一个纸面时间,即自由的“BDT”. 该纸面时间相比单台原子钟,频率稳定性和可靠性更高. 然

后,使用两级驾驭算法,建立 BDT 和 BDT(MC),其原理图如图 12 所示. 其中,UTC (BSNC)是北京卫星导航中心 (BSNC)维持的 UTC 的本地实现.

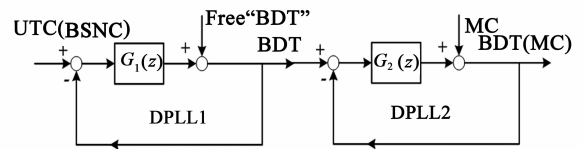


图12 两级驾驭算法原理

其中,第一级 DPLL 用于使用 UTC (BSNC) 驾驭自由的“BDT”,得到与 UTC (BSNC) 保持时间同步的 BDT;第二级 DPLL 用于使用 BDT 驾驭主控站主钟,得到 BDT 的物理实现,记为 BDT(MC). 从图 12 中可以看出:这两个 DPLL 的传递函数是不同的,需要根据实际情况来选取合理的参数.

由于 UTC (BSNC)可以看出是 UTC 的本地实现,可以认为“锁定”于 UTC,所以和 UTC 一样,具有较高的长期频率稳定性;自由的“BDT”综合了多台地面站和星上的原子钟,因此具有较高的中长期频率稳定性;主控站主钟是一台主动型氢钟,具有较高的中短期频率稳

定度. 所以, UTC (BSNC), 自由的“BDT”和主控站主钟分别相当于第 3 节中的铯钟、氢钟和 NCO. 最终使用二级驾驭算法得到的 BDT 和 BDT (MC) 都将与 UTC (BSNC) 保持时间同步; BDT 将综合自由的“BDT”的中长期频率稳定度, 和 UTC (BSNC) 的长期频率稳定度; 而 BDT (MC) 将综合主控站主钟的中短期频率稳定度, 自由的“BDT”的中长期频率稳定度, 和 UTC (BSNC) 的长期频率稳定度. 按照控制论, 结合 DPLL 的传递函数, 可以从理论上计算驾驭误差, 即 BDT 和 BDT (MC) 相对于 UTC (BSNC) 的时间同步误差.

北斗主控站还可以与 NTSC 建立 TWSTFT 比对链路, UTC (NTSC) 和 UTC (BSNC) 相互作为备份, 使用两级驾驭算法, 对自由的“BDT”和主控站主钟进行驾驭, 进一步提升 BDT 的可靠性和长期频率稳定度.

最后需要指出的是, 这里的 DPLL 是数学上的 DPLL, 而不是实际的物理上的 DPLL, 它的作用是为了计算出每次的控制量 (调整量). 作为数学上的 DPLL, 只要获取了每次 UTC (BSNC)-BDT 和 BDT-BDT (MC) 之间的偏差, 就可以通过传递函数自动计算出每次的控制量, 通过反馈控制自动产生 BDT 和 BDT (MC). 其中, 对于第一级 DPLL, 计算出调整量后, 只需要在数学上 (纸面上) 对 BDT 进行调整, 因为 BDT 是一个纸面时间; 而对于第二级 DPLL, 计算出调整量后, 需要在物理上 (一般是使用相位微跃计) 对主钟进行调整.

5 结束语

本文提出了一种等价于 Kalman 滤波器加延迟器的 DPLL 驾驭算法; 以及使用两个这样的 DPLL 级联起来的两级驾驭算法. 本文从理论上推导了每个 DPLL 的闭环系统传递函数和闭环误差传递函数, 证明 DPLL 的性能完全由观测噪声方差决定, 并给出了调整观测误差方差的值使 DPLL 输出信号的频率稳定度最优的方法. 仿真实验验证了该 DPLL 驾驭算法和二级 DPLL 驾驭算法的有效性. 本文研究成果可以直接应用于设计锁相振荡器和建立 GNSS 时间基准.

参考文献

- [1] Paul Koppang, Robert Leland. Linear quadratic stochastic control of atomic hydrogen masers [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 1999, 46(3): 517 - 522.
- [2] Marcello Farina, Lorenzo Galleani, Patrizia Tavella, Sergio Bittanti. A control theory approach to clock steering techniques [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2010, 57(10): 2257 - 2270.
- [3] Patrizia Tavella. Statistical and mathematical tools for atomic clocks [J]. Metrologia, 2008, 45(6): 183 - 192.
- [4] Peter B Whibberley, John A Davis, Setnam L Shemar. Local representations of UTC in national laboratories [J]. Metrologia, 2011, 48(4): 154 - 164.
- [5] Panfilo G, Tavella P. Atomic clock prediction based on stochastic differential equations [J]. Metrologia, 2008, 45(6): 108 - 116.
- [6] Wu Yiwei, et al. Uncertainty derivation and performance analyses of clock prediction based on mathematical model method [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(10): 2792 - 2801.
- [7] Marcello Farina, Sergio Bittanti, Patrizia Tavella, Lorenzo Galleani. Control of clock signals [J]. Journal of the Franklin Institute, 2009, 346(5): 449 - 469.
- [8] Mbaye P M, Makdissi A, Plantard C, Vernotte F. Composite clock: A new algorithm for servoing a VCO firstly to a hydrogen maser clock and then to a caesium clock [J]. Metrologia, 2008, 45(6): 74 - 81.
- [9] Plantard C, Mbaye P, Vernotte F. Composite clock including a cs clock, a h-maser clock, and a vco [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2010, 57(3): 707 - 713.
- [10] 李罡, 吕晶, 常江, 李广侠. 静态 e 用户精密授时问题的探讨 [J]. 电子学报, 2009, 37(2): 2243 - 2247.
Li Gang, Lü Jing, Chang Jiang, Li Guangxia. Discussion of precise time transfer of stationary user terminal [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(2): 2243 - 2247. (in Chinese)
- [11] 张杰, 周栋明. GPS 驯服中无偏滑动平均滤波算法的研究 [J]. 电子学报, 2013, 41(2): 413 - 416.
Zhang Jie, Zhou Dongming. Improved moving average filter for GPS disciplined [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(2): 413 - 416. (in Chinese)
- [12] Peter F Driessen. DPLL bit synchronizer with rapid acquisition using adaptive Kalman filtering techniques [J]. IEEE Transactions on Communication, 1994, 42(9): 2673 - 2675.
- [13] Ara Patapoutian. On phase-locked loops and Kalman filters [J]. IEEE Transactions on Communication, 1999, 47(5): 670 - 672.
- [14] 邓自立. 卡尔曼滤波与维纳滤波——现代时间序列分析方法 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2001.
- [15] Floyd M Garder. Phaselock Techniques (Third Edition) [M]. USA: John Wiley & Sons, Inc, 2005.
- [16] Riley W J. Handbook of Frequency Stability Analysis [M]. USA: NIST Special Publication 1065, 2008.
- [17] Kasdin N J. Discrete simulation of colored noise and stochastic processes and 1/f power law noise generation [J]. Proceedings of the IEEE, 1995, 83(5): 802 - 827.
- [18] 晏辉, 张忠培. 低信噪比下锁频锁相器性能分析及改进

[J]. 电子学报, 2011, 39(1): 1-6.

Yan Hui, Zhang Zhongpei. Performance analysis and improvement of phase and frequency detector at low SNR [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(1): 1-6. (in Chinese)

- [19] 吴海涛, 李孝辉, 卢晓春, 华宇, 杨旭海. 卫星导航系统时间基础[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- [20] Dong Shaowu, Wu Haitao, Li Xiaohui, Guo Shuren, Yang Qiangwen. The compass and its time reference system [J]. Metrologia, 2008, 45(6): S47-S50.
- [21] Han Chunhao, Yang Yuanxi, Cai Zhiwu. BeiDou navigation satellite system and its time scales [J]. Metrologia, 2011, 48(4): S213-S218.

作者简介



伍贻威 男, 1987 年出生于上海市, 博士生. 分别于 2009 年 6 月和 2011 年 12 月获得国防科技大学工学学士和工学硕士学位. 主要研究方向为 GNSS 时间基准的建立与维护. 到目前为止, 以第一作者在 IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement 和 Metrologia 等国际期刊上发表论文 4 篇.

E-mail: Yiwei_Wu_sh@126.com

龚 航 男, 1984 年出生于江苏徐州, 博士、讲师. 主要研究方向为原子钟与时间频率技术.

E-mail: gong_hang@163.com

朱祥维(通信作者) 男, 1980 年出生于山东日照, 博士、副研究员. 主要研究方向为原子钟与时间频率技术, GNSS 信号处理技术等.

E-mail: zhuxiangwei@nudt.edu.cn

刘文祥 男, 1981 年出生于江西宜春, 博士、副研究员. 主要研究方向为卫星导航定位解算与完好性监测技术.

E-mail: liuwenxiang8888@163.com

欧 钢 男, 1969 年出生于湖南株洲, 博士、教授、博士生导师. 主要研究方向为 GNSS 信号处理、信息处理、接收机技术等.

E-mail: ougang1969@163.com